

国家开放大学电大专科《经济数学基础 12》2028 期末试题及答案（试卷号：2006）

一、单项选择题（每小题 3 分，本题共 15 分）

- 下列函数中为奇函数的是().
 A. $y = x^2 - x$ B. $y = e^x + e^{-x}$
 C. $y = \ln \frac{x-1}{x+1}$ D. $y = x \sin x$
- 需求量 q 对价格 p 的函数为 $q(p) = 100e^{-\frac{p}{2}}$, 则需求弹性 $E_p =$ ().
 A. $-\frac{p}{2}$ B. $\frac{p}{2}$
 C. $-50p$ D. $50p$
- 下列函数中, () 是 $x \sin x^2$ 的原函数.
 A. $\frac{1}{2} \cos x^2$ B. $-\frac{1}{2} \cos x^2$
 C. $-2 \cos x^2$ D. $2 \cos x^2$
- 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix}$, 则 $r(A) =$ ().
 A. 0 B. 1
 C. 2 D. 3
- 线性方程组 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 的解的情况是().
 A. 无解 B. 有无穷多解
 C. 只有 0 解 D. 有唯一解

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

- 设 $f(x-1) = x^2 - 2x + 5$, 则 $f(x) =$ _____.
- 若函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} + 2, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k =$ _____.
- 若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int f(2x-3) dx =$ _____.
- 若 A 为 n 阶可逆矩阵, 则 $r(A) =$ _____.
- 齐次线性方程组 $AX = 0$ 的系数矩阵经初等行变换化为 $A \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 则此方程组的一般解中自由未知量的个数为 _____.

三、微积分计算题（每小题 10 分，共 20 分）

11. 设 $y = e^{\frac{1}{x}} + 5^x$, 求 dy .

12. 计算 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$.

四、线性代数计算题（每小题 15 分，共 30 分）

13. 已知 $AX = B$, 其中 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$. 求 X .

14. 讨论 λ 为何值时, 齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + \lambda x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 13x_3 = 0 \end{cases}$$

零解, 并求其一般解.

五、应用题 (本题 20 分)

15. 投产某产品的固定成本为 36(万元), 且产量为 x (百台) 时边际成本为 $C'(x) = 2x + 60$ (万元/百台). 试求产量由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量, 及产量为多少时, 可使平均成本达到最低.

试题答案及评分标准

(仅供参考)

一、单项选择题 (每小题 3 分, 本题共 15 分)

1. C 2. A 3. B 4. C 5. D

二、填空题 I 每小题 3 分, 本题共 15 分)

6. $x^2 + 4$

7. 2

8. $\frac{1}{2}F(2x-3) + c$

9. n

10. 2

三、微积分计算题 (每小题 10 分, 共 20 分)

11. 解: $y' = e^{\frac{1}{x}} \left(-\frac{1}{x^2}\right) + 5^x \ln 5$

$$dy = y' dx$$

$$= \left(5^x \ln 5 - \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\right) dx$$

.....10 分

12. 解: 由分部积分法得

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$$

.....10 分

四、线性代数计算题 (每小题 15 分, 共 30 分)

13. 解: 利用初等行变换得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

.....10 分

由此得

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

.....15 分

14. 解:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 2 & 5 & -1 \\ 1 & 1 & 13 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 0 & 1 & -1-2\lambda \\ 0 & -1 & 13-\lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 0 & 1 & -1-2\lambda \\ 0 & 0 & 12-3\lambda \end{bmatrix}$$

当 $\lambda = 4$ 时, 方程组有非零解,

.....10 分

且方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = -22x_3 \\ x_2 = 9x_3 \end{cases}$ (x_3 是自由未知量)

.....15 分

五、应用题(本题 20 分)

15. 解: 当产量由 4 百台增至 6 百台时, 总成本的增量为

$$\Delta C = \int_4^6 (2x + 60) dx = (x^2 + 60x) \Big|_4^6 = 140 \text{ (万元)}$$

.....6 分

$$\text{又 } \bar{C}(x) = \frac{\int_0^x C'(x) dx + c_0}{x} = \frac{x^2 + 60x + 36}{x}$$

$$= x + 60 + \frac{36}{x}$$

$$\text{令 } \bar{C}'(x) = 1 - \frac{36}{x^2} = 0, \text{ 解得 } x = 6.$$

又该问题确实存在使平均成本达到最低的产量, 所以, 当 $x = 6$ (百台) 时可使平均成本达到最低.

.....20 分